

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی کشوری درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۰ / ۳ / ۱۳۸۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید : $\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n} \quad (n \in N)$	۱/۷۵
۲	اگر a, b, c سه عدد گنگ باشند، آیا abc^2 یک عدد گنگ است؟ چرا؟	۰/۷۵
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضربی از ۶ است.	۱
۴	اگر n عددی صحیح و n^2 فرد باشد، نشان دهید n نیز فرد است. (برهان خلف)	۱
۵	۱۰۰ عدد طبیعی متمایز داریم نشان دهید اگر این ۱۰۰ عدد را بر ۱۵ تقسیم کنیم، حداقل ۷ عدد دارای باقیمانده‌ی یکسانی بر ۱۵ هستند.	۱
۶	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید : الف) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = A$ ب) اگر $A \subset B$ آنگاه $B' \subset A'$	۲
۷	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 5\}$ باشند عضوهای $A \times B - B^2$ را مشخص و روی محور مختصات رسم کنید.	۱/۵
۸	رابطه‌ی R روی $Z \times Z$ به صورت $a^3 - d^3 = c^3 - b^3 \Leftrightarrow (a, b)R(c, d)$ تعریف شده است. الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(2, 3)]$ را مشخص کنید.	۲
۹	یک سکه‌ی سالم را ۳ بار می‌اندازیم مطلوب است : الف) فضای نمونه‌ی این تجربه‌ی تصادفی. ب) پیشامد A آن که حداقل دو بار رو بیاید. ج) پیشامد B آن که فقط ۲ بار پشت بیاید. د) پیشامد $A \cap B'$ را مشخص کنید.	۲
۱۰	در یک کلاس ۳۲ نفر دانش آموز در ۴ ردیف روی نیمکت نشسته‌اند به طور تصادفی ۲ نفر از دانش آموزان را انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که : الف) هر دو از ردیف اول باشند. ب) یکی از ردیف اول و یکی از ردیف دوم باشد.	۱
۱۱	عددی به تصادف از فضای نمونه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده فرد یا کمتر از ۶ باشد.	۱/۷۵
۱۲	سه دانش آموز A, B, C با هم مسابقه دو میدانی می‌دهند احتمال برنده شدن A و C یکسان ولی احتمال برنده شدن هر کدام سه برابر احتمال برنده شدن B است. احتمال آن که C یا B برنده شوند چقدر است؟	۱/۷۵
۱۳	نقطه‌ی a به تصادف داخل مربعی به ضلع ۲ در نظر می‌گیریم. مطلوب است احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس مربع کوچکتر از $\frac{1}{2}$ باشد.	۱/۵
۱۴	اگر $P(A) = 0/3$ و $P(B') = 0/4$ و $P(A \cup B) = 0/7$ مطلوب است $P(A' \cap B')$.	۱
	جمع نمره	۲۰